

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН  
В ИОНОСФЕРЕ ЗЕМЛИ  
В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ВЫСОТЫ  
ИСТОЧНИКА ИЗЛУЧЕНИЯ<sup>2</sup>**

**MATHEMATICAL MODELING  
OF PROPAGATION OF RADIO WAVES  
IN THE IONOSPHERE DEPENDING ON  
THE HEIGHT OF RADIATION SOURCE**

Выполнено численное моделирование распространения частотно-модулированных радиосигналов в изотропной ионосферной плазме. Исследован характер изменения лучевых траекторий, соответствующих различным частотным компонентам спектра излучения в зависимости от высоты источника и угла выхода сигнала.

**Ключевые слова:** численное моделирование, распространение частотно-модулированных сигналов, изотропная ионосфера, бихарактеристическая система, гамильтониан.

Numerical modeling of the propagation of frequency-modulated radio signals in isotropic ionospheric plasma is fulfilled. The nature of ray trajectories, change corresponding to different frequency components of the emission spectrum depending on the height of the source and the exit angle of the signal is investigated.

**Keywords:** numerical modeling, propagation of frequency-modulated signals, isotropic ionosphere, bicharacteristics system, Hamiltonian.

В настоящее время радиосигналы коротковолнового диапазона широко применяются в целях радионавигации, дальней радиосвязи, загоризонтной радиолокации и изучения ионосферы. Следует отметить, что, несмотря на многочисленные исследования в данной области (см., например, [1–4]), распространение частотно-модулированных (ЧМ) сигналов в изотропной ионосферной плазме изучено еще недостаточно. В отличие от работ [5–8], в которых источник излучения расположен на поверхности Земли, в данной работе отражены результаты исследований распространения частотно-модулированных сигналов в изотропной ионосферной плазме в зависимости от высоты источника излучения.

В основе работы лежат лучевые методы, являющиеся традиционными при описании процессов распространения коротких электромагнитных волн в различных средах (см., например, [9; 10]). При моделировании лучевых траекто-

рий в изотропной, неоднородной, нестационарной средах бихарактеристическая система уравнений с гамильтонианом

$$\Gamma = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\vec{r}, \vec{k}, \omega) \quad (1)$$

имеет вид [4]:

$$\frac{d\vec{r}}{d\tau} = \frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{k}}, \quad \frac{d\vec{k}}{d\tau} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{r}}, \quad \frac{dt}{d\tau} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \omega}, \quad \frac{d\omega}{d\tau} = \frac{\partial \Gamma}{\partial t}, \quad (2)$$

где  $\vec{r} = (x, y, z)$  – координаты точки наблюдения,  $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$  – волновой вектор,  $\omega$  – круговая частота излучения,  $t$  – групповое время,  $\tau$  – параметр вдоль лучевой траектории,  $\varepsilon(\vec{r}, \vec{k}, \omega)$  – эффективная диэлектрическая проницаемость среды распространения,  $c = 2,997925 \cdot 10^8$  м/с – скорость света.

Системы (1–2) (см. [5]) обобщают бихарактеристическую систему, использованную в [4] для лучевого описания распространения стационарного сигнала в ионосфере. Эффективная диэлектрическая проницаемость среды для неоднородной изотропной ионосферы имеет вид (см., например, [11; 12]):

<sup>1</sup> Заместитель декана факультета ИСиКТ АНО ВО «Российский новый университет».

<sup>2</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 15-02-04206-а).

$$\varepsilon = 1 - \nu. \quad (3)$$

Параметр  $\nu$  обозначает отношение квадрата плазменной частоты к квадрату рабочей частоты:

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 N}{m_e}, \quad \nu = \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (4)$$

где  $e = 4,8029 \cdot 10^{-10}$  СГСЭ – заряд электрона,  $m_e = 9,108 \cdot 10^{-28}$  г – масса электрона,  $N$  – величина электронной концентрации в фиксированной точке пространства.

Предположим, что начальный волновой вектор  $k(0)$  параметрически зависит от углов выхода луча  $\alpha_0$ :

$$k_x(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha_0, \quad k_y(0) = 0,$$

$$k_z(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha_0, \quad (5)$$

источник излучения – точечный, находится вне магнитоактивной плазмы и расположен в начале координат  $(x_0, y_0, z_0)$ , где  $x_0 = y_0 = 0$ :

$$\vec{r}|_{t=0} = (x_0, y_0, z_0). \quad (6)$$

Величина  $\varepsilon_0$  в выражениях (5) – это значение эффективной диэлектрической проницаемости среды в источнике.

Предположим, что сигнал – линейно частотно-модулированный (ЛЧМ), то есть формула для мгновенной частоты заполнения имеет вид [5]:

$$\omega(t) = \omega_0(1 + \delta t), \quad t(0) = \eta. \quad (7)$$

$$f(t) = f_0(1 + \delta t), \quad \delta = \frac{2f_\delta}{f_0 T_u},$$

где  $\eta$  – начальное время выхода луча,  $f_0$  – начальная частота (Гц),  $f_\delta$  – девиация частоты (Гц),  $T_u$  – длительность импульса (с). В данной работе были приняты следующие значения параметров  $f_0 = 3,5$  МГц,  $f_\delta = 56$  кГц,  $T_u = 32$  мс.

Предположим, что распространение электромагнитной волны изначально осуществляется в плоскости  $(x, z)$ . Модель ионосферной плазмы двухслойная, а профиль электронной концентрации имеет вид [4; 9; 12] и представлен на рис. 1:

$$N(\vec{r}) = N_0 \left\{ \exp \frac{1}{2} \left[ 1 - \theta - \frac{\exp(-\theta)}{\cos \chi} \right] + \beta \exp \left[ - \left( \frac{z - z_{02}}{z_{m2}} \right)^2 \right] \right\}, \quad \theta = \frac{z - z_{01}}{z_{m1}/2}, \quad (8)$$

где  $z_{01}$  – высота максимума слоя F2,  $z_{m1}$  – условная полутолщина слоя F2,  $\beta$  – безразмерный коэффициент, характеризующий степень ионизации

нижнего слоя по отношению к основному,  $z_{02}$  – высота максимума нижнего слоя E,  $z_{m2}$  – условная полутолщина нижнего слоя E,  $N_0$  – электронная концентрация в максимуме основного слоя F2, если  $\beta = 0$ .

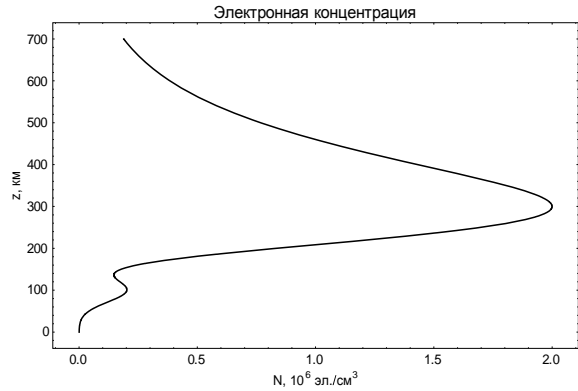
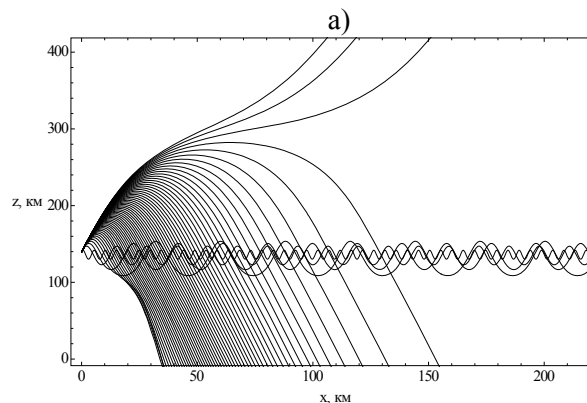
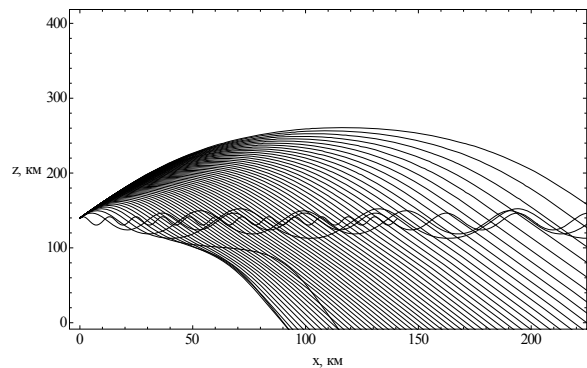


Рис. 1. Профиль электронной концентрации

При вычислении применялись следующие значения параметров:  $N_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$ ,  $H_0 = 0,36 \text{ Э}$ ,  $Z_{m1} = 140 \text{ км}$ ,  $Z_{01} = 300 \text{ км}$ ,  $Z_{m2} = 40 \text{ км}$ ,  $Z_{02} = 100 \text{ км}$ ,  $\zeta = 0$ ,  $\gamma = -72^\circ$ ,  $\varphi = 90^\circ$ ,  $V = 230 \text{ м/с}$ ,  $\lambda_g = 50 \text{ км}$ ,  $\beta = 0,1$ ,  $\chi = 0$ .



На рисунках 2а и 2б показаны лучевые структуры ЛЧМ радиосигнала в случае распространения в плоскости  $(x, z)$  при высоте источника

излучения 140 км. Углы выхода лучей  $65^\circ$  и  $80^\circ$  соответственно. Имеет место волноводное распространение в ионосферном межслоевом волновом канале. Сравнивая рисунки, находим что с увеличением угла выхода более высокие частоты начинают проходить ионосферные слои, а более низкие частоты отражаются в сторону Земли.

На рисунках 3а и 3б показана лучевая структура ЛЧМ радиосигнала в случае распространения в плоскости  $(x, z)$  при высоте источника излучения 200 км под углом  $65^\circ$  и  $80^\circ$  градусов соответственно. Сравнивая рисунки, видим, что при увеличении высоты источника излучения количество лучей, проходящих ионосферные слои, увеличивается и исчезает волноводное распространение.

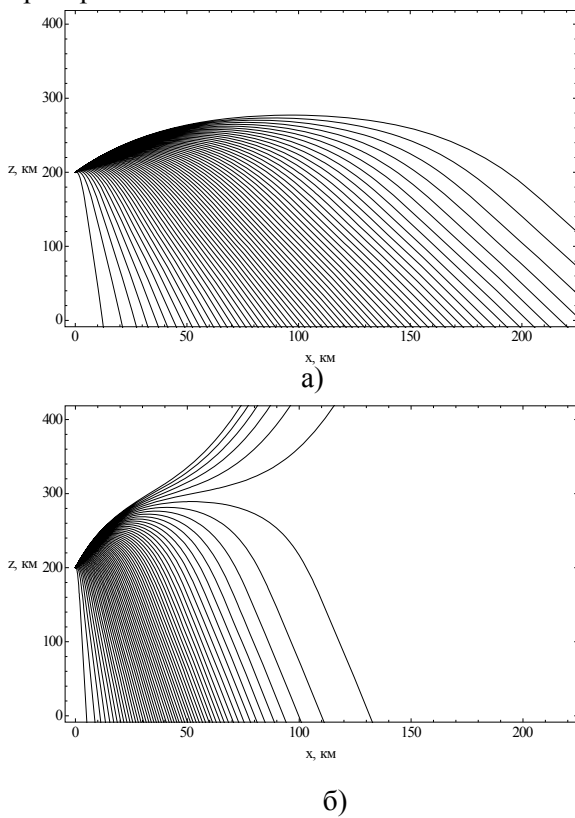


Рис.3. Лучевые структуры ЛЧМ радиосигнала при высоте источника излучения  $z_0=200$  км

На рисунках 4а и 4б показана лучевая структура ЛЧМ радиосигнала в случае распространения в плоскости  $(x, z)$  при высоте источника излучения 300 км под углом  $65^\circ$  и  $80^\circ$  градусов соответственно. Хорошо видно, что при большой высоте источника излучения все лучи проходят ионосферные слои. Отметим существенно меньшее количество лучей, вышедших из источника в данном случае. При рассмотрении формулы (4) и рис. 1 видно, что при больших значениях

электронной концентрации на высоте 300 км на большинстве рассматриваемых частот параметр  $\nu$  становится  $> 1$ , вследствие чего нарушается условие выхода волны из источника, и мы видим только те лучи, частота которых удовлетворяет условию  $\nu < 1$  (т.е. самые высокочастотные компоненты сигнала).

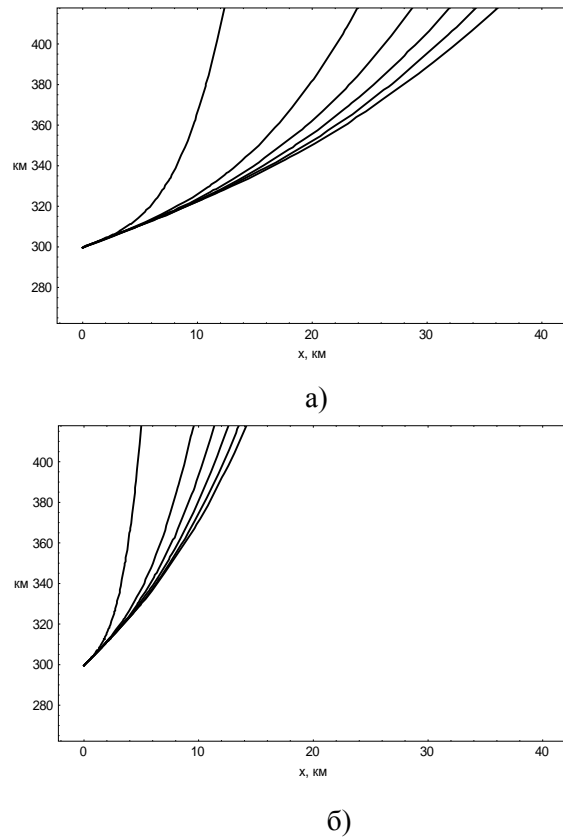


Рис. 4. Лучевые структуры ЛЧМ радиосигнала при высоте источника излучения  $z_0 = 300$  км

Таким образом, в проделанной работе сопоставлены особенности распространения ЛЧМ сигналов в двухслойной изотропной ионосфере при отсутствии горизонтальных градиентов на различной высоте и различных углах выхода. Для расчетов лучевых характеристик применялась бихарактеристическая система дифференциальных уравнений, неизвестными в которой являются не только координаты луча и компоненты волнового вектора, но также частота и время. Были выявлены следующие закономерности:

- при увеличении угла выхода лучей, частоты сигнала и высоты источника излучения количество отраженных лучей сокращается, а прошедших ионосферные слои – увеличивается;
- при некоторой высоте источника, фиксированном угле выхода и неизменных параметрах ЛЧМ сигнала все лучи проходят ионосферные слои.

В дальнейшем при изучении распространения ЛЧМ сигналов в изотропных средах необходимо рассчитывать электромагнитные поля со сложной каустической структурой. Для подобных расчетов применяют метод канонического оператора Маслова [11; 13] и волновую теорию катастроф [14–16]. Также для описания распространения ЛЧМ сигналов в ионосфере желательнее строить динамические модели [17], используя восстановленные по данным радиотомографии [7; 18] профили электронной концентрации и различные модели магнитного поля Земли [19].

### Литература

1. Иванов Д.В. Методы и математические модели исследования распространения в ионосфере сложных декаметровых сигналов и коррекции их дисперсионных искажений : монография. – Йошкар-Ола : Марийский гос. технический ун-т, 2006. – 266 с.
2. Иванов В.А., Иванов Д.В., Лащевский А.Р., Рябова М.И. Исследование дисперсионных искажений широкополосных элементов непрерывного ЛЧМ сигнала при изменении их длительности сверх критической. // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. – 2014. – № 1 (20). – С. 43–53.
3. Захаров В.Е., Котова Д.С. Моделирование дисперсионных искажений ЛЧМ импульсов радиоволн в ионосфере // Труды XXIV Всероссийской научной конференции «Распространение радиоволн» (29 июня–5 июля 2014, Иркутск). – Иркутск : ИСЗФ СО РАН, 2014. – Т. 4. – С. 97–100.
4. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Кирьянова К.С. Метод расширенной бихарактеристической системы при моделировании распространения радиоволн в ионосферной плазме // Радиотехника и электроника. – 2012. – Т. 57. – № 9. – С. 1028–1034.
5. Крюковский А.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Исследование распространения частотно-модулированных пространственно-временных сигналов в неоднородной анизотропной ионосфере // Вестник Российского нового университета. – 2013. – Выпуск 4. Управление, вычислительная техника и информатика. – С. 47–52.
6. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Математическое моделирование распространения частотно-модулированных радиоволн в ионосферной плазме // Радиотехника и электроника. – 2015. – Т. 60. – № 10. – С. 1001–1009.
7. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Численное моделирование распространения пространственно-временных частотно-модулированных радиоволн в анизотропной среде // Т-Com: Телекоммуникации и транспорт. – 2015. – Т. 9. – № 9. – С. 40–47.
8. Крюковский А. С., Скворцова Ю. И. Математическое моделирование распространения радиоволн в нестационарной плазме с учетом кривизны поверхности Земли и ионосферных слоев // Вестник Российского нового университета. Серия «Сложные системы: модели, анализ и управление». – 2016. – Выпуски 1–2. – С. 34–40.
9. Крюковский А.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Распространение частотно-модулированных пространственно-временных радиоволн в анизотропной ионосфере // Труды XXIV Всероссийской научной конференции «Распространение радиоволн» (29 июня–5 июля 2014, Иркутск). – Иркутск: ИСЗФ СО РАН, 2014. – Т. 4. – С. 126–129.
10. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. О распространении частотно-модулированного излучения в ионосферной плазме // Труды XV Международной научной конференции «Цивилизация знаний: российские реалии», Москва, 25–26 апреля 2014 г. – М. : РосНОУ, 2014. – Часть 2.
11. Лукин Д.С., Палкин Е.А. Численный канонический метод в задачах дифракции и распространения электромагнитных волн в неоднородных средах. – М. : МФТИ, 1982. – 159 с.
12. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В. Математическое моделирование распространения радиоволн в анизотропной неоднородной ионосфере // Вестник Российского нового университета. – 2009. – Выпуск 2. – С. 7–14.
13. Ипатов Е.Б., Крюковский А.С., Лукин Д.С., Палкин Е.А., Растягаев Д.В. Методы моделирования распространения электромагнитных волн в ионосфере с учетом распределений электронной концентрации и магнитного поля Земли // Радиотехника и электроника. – 2014. – Т. 59. – № 12. – С. 1180–1187.
14. Крюковский А.С. Равномерная асимптотическая теория краевых и угловых волновых катастроф : монография. – М. : РосНОУ, 2013. – 368 с.
15. Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Применение теории катастроф для описания пространственно-временной структуры частотно-модулированного сигнала в плазме // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2013. – Т. 18. – № 8. – С. 18–23.
16. Крюковский А.С. Необходимые и достаточные условия образования основных волно-

вых катастроф с корангом, равным двум // Распространение и дифракция электромагнитных волн / Междувед. сб. – М. : МФТИ. – 1993. – С. 4–19.

17. Лукин Д.С., Крюковский А.С., Черняк Я.М. Анализ влияния моделей магнитного поля при численном моделировании распространения коротких волн в ионосфере Земли // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2014. – Т. 8. – № 12. – С. 55–58.

18. Андреева Е.С., Крюковский А.С., Куницын В.Е., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Кирьянова К.С. Моделирование лучевой и каустической структуры электромагнитных полей по данным

радиотомографии ионосферы в окрестности экваториальной аномалии // Распространение радиоволн : сб. докл. XXIII Всероссийской научной конференции (23–26 мая 2011, Йошкар-Ола). – Йошкар-Ола: Марийский государственный технический университет, 2011. – Т. 3. – С. 288–291.

19. Крюковский А.С., Кирьянова К.С. Особенности лучевого распространения радиоволн в окрестности экваториальной аномалии // Труды XII Международной научной конференции «Цивилизация знаний: проблема человека в науке XXI века», Москва, 22–23 апреля 2011 г. – М. : РосНОУ, 2011. – Часть II. – С. 15–19.