

Попов Валерий Владиславович

аспирант, МИРЭА – Российский технологический университет, Москва. ORCID: 0009-0002-4620-0123

Электронный адрес: popov.v.v.v.v.p@gmail.com

Valery V. Popov

Postgraduate, MIREA – Russian Technological University, Moscow. ORCID: 0009-0002-4620-0123.

E-mail address: popov.v.v.v.v.p@gmail.com

ОЦЕНКА ПРИМЕНИМОСТИ ГРАФОВЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ РАСШИРЕНИЯ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ

Аннотация. В настоящей статье исследуются существующие научные труды, связанные с графовыми нейронными сетями, такими как Graph Convolution Network (GCN, сверточная графовая нейронная сеть), Graph Attention Network (GAT, графовая нейронная сеть с механизмом самовнимания), Graph Sage, Physics-Informed Neural Networks (PINN, физически информированная нейронная сеть), и методы численной оптимизации, основанные на вычислениях производных: градиентный спуск, стохастический градиентный спуск, метод Ньютона, Adam, AdamW, AdaGrad, метод роя частиц, квазиньютоновский метод численной оптимизации L-BFGS. Рассматриваются различные архитектурные подходы при моделировании таких нейронных сетей, как полносвязные нейронные сети (FCNN), сверточные нейронные сети (CNN), нейронные сети, основанные на архитектуре глубокого нейронного оператора (DeepONet), их плюсы и минусы, сферы жизнедеятельности, в которых они применимы, например, рекомендательные системы и задачи комбинаторной оптимизации. Также определяются основные положения, связанные с методами численной оптимизации, которые используются для обучения созданных моделей, выделяются их сильные и слабые стороны и вариации, направленные на улучшение качеств того или иного метода. Цель работы – уточнение, систематизация и анализ объема существующей научной литературы в выбранных областях для определения возможности переосмысления и развития существующих методов численной оптимизации с использованием моделей на основе графовых нейронных сетей.

Ключевые слова: PINN, Physics-Informed Neural Network, Graph Attention Network, графовые нейронные сети с механизмом внимания, GCN, Graph Convolutional Network, графовая сверточная нейронная сеть, Graph Sage, численная оптимизация, градиент.

Для цитирования: Попов В.В. Оценка применимости графовых нейронных сетей для расширения методов численной оптимизации // Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ, управление. 2025. № 2. С. 33 – 42. DOI: 10.18137/RNU.V9I87.25.02.P.33

ASSESSMENT OF THE APPLICABILITY OF GRAPH NEURAL NETWORKS FOR EXTENDING NUMERICAL OPTIMIZATION METHODS

Abstract. The article explores the existing scientific studies related to the current graph neural networks, such as Graph Convolutional Network (GCN), Graph Attention Network (GAT), Graph Sage, Physics-Informed Neural Networks (PINN), and numerical optimization methods, including derivative-based computations, gradient descent, stochastic gradient descent, Newton's method, Adam, AdamW, AdaGrad, particle swarm optimization, and the quasi-Newton L-BFGS numerical optimization method. Various architectural approaches in modeling these neural networks are considered, such as fully connected neural networks (FCNN), convolutional neural networks (CNN), and neural networks based on the deep operator

network architecture (DeepONet). Their advantages and disadvantages, as well as the fields of application, such as recommendation systems and combinatorial optimization problems, are discussed. Additionally, key aspects of numerical optimization methods used for training developed models are identified, with their strengths, weaknesses, and variations aimed at improving the quality of specific methods being highlighted. The aim of this study is to clarify, systematize, and analyze the scope of existing scientific literature in the selected areas to determine the possibility of rethinking and advancing existing numerical optimization methods using models based on graph neural networks.

Keywords: PINN, Physics-Informed Neural Network, Graph Attention Network, graph neural networks with attention mechanisms, GCN, Graph Convolutional Network, graph convolutional neural network, Graph Sage, numerical optimization, gradient.

For citation: Popov V.V. (2025) Assessment of the applicability of graph neural networks for extending numerical optimization methods. *Vestnik of Russian New University. Series: Complex Systems: Models, analysis, management*. No. 2. Pp. 33 – 42. DOI: 10.18137/RNU.V9I87.25.02.P.33 (In Russian).

Введение

Графовые нейронные сети – это вид искусственных нейронных сетей, основной задачей которых является обработка данных, имеющих графовое представление.

В современном мире графовые нейронные сети находят свое основное применение в создании рекомендательных систем, решении задач по комбинаторной оптимизации, таких как оптимизация транспортного трафика и логистических маршрутов, в задачах проектирования структур в естественных науках и электронике, создании физических систем, белково-белковых взаимодействий и построении графов знаний.

Цель статьи – уточнение, систематизация и анализ существующей научной литературы в области графовых нейронных сетей и методов численной оптимизации.

В качестве источников для поиска научных трудов, использовались такие агрегаторы работ, как Elibrary, Research Gate, IEEEExplore. В рамках работы рассматривались источники, опубликованные не позднее 2021 года.

Общая информация о графах

Граф – это топологическая модель, состоящая из множества вершин и множества ребер, соединяющих вершины между собой. Такие графы также принято называть неориентированными графами, поскольку у ребер таких графов не указано направление. На Рисунке 1 изображен пример такого графа.

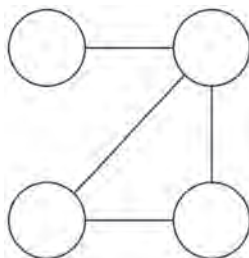


Рисунок 1. Неориентированный граф

Источник: здесь и далее рисунки выполнены автором.

Каждой вершине и ребру в графе характерно свойство инцидентности.

Инцидентность – свойство, заключающееся в том, что вершина является концом ребра. На основе этого свойства можно определить свойство смежности для вершины и для ребра графа.

Вершины называются *смежными*, если они инцидентны одному ребру, и наоборот, если две ребра инцидентны одной вершине, то они смежные.

Ребро, инцидентное одной вершине, то есть замыкающееся на этой вершине, называется *узлом*.

Ребра, инцидентные одинаковым вершинам, называются *кратными* или *параллельными*.

Граф, в котором любые две вершины соединены между собой одним ребром, называется *полным*. На Рисунке 2 представлен пример такого графа.

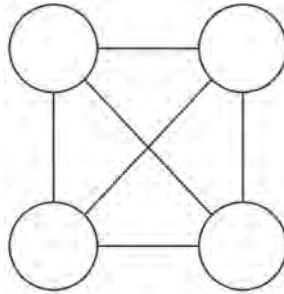


Рисунок 2. Полный граф

Если все вершины графа можно разделить на два множества таким образом, что каждое ребро соединяет вершины из разных множеств, то такой граф называется *двудольным*.

Любое подмножество вершин и ребер в графе называется его подграфом.

Если граф можно изобразить на плоскости так, чтобы не существовало пересечения ни одного из его ребер, то такой граф называется *планарным*. На Рисунке 3 представлен пример планарного графа.

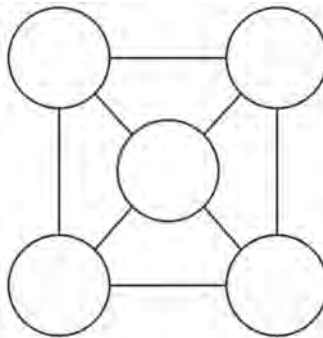


Рисунок 3. Планарный граф

Граф, в котором у каждого ребра и/или каждой вершины есть «вес» – некоторое число, которое может обозначать длину пути, его стоимость или другой определенный параметр, называется *взвешенным графом*.

Аналогично граф, каждое ребро которого имеет направление, называется *ориентированным графом*. В таком графе для вершин определяются полустепени захода и исхода по количеству входящих и исходящих дуг соответственно. Пример взвешенного ориентированного графа представлен на Рисунке 4.

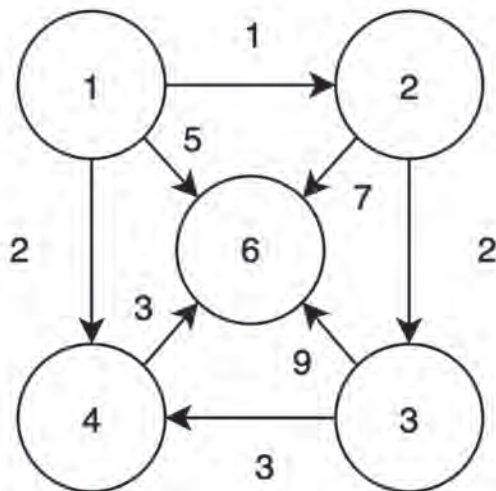


Рисунок 4. Взвешенный ориентированный граф

Вершины с нулевой полустепенью захода называются *истоками*, а вершины с нулевой полустепенью исхода – *стоками*.

Основными характеристиками графа являются *матрица смежности*, которая определяет связи между вершинами, и *матрица инцидентности* определяющая связь вершин и ребер в графе, то есть список вершин для каждого ребра, которые это ребро соединяют.

Общая информация о графовых нейронных сетях

Графовой нейронной сетью называется такая нейронная сеть, или искусственная нейронная сеть (ИНС), которая работает с данными, представленными в виде графов, то есть имеющих связанную структуру. Такие нейронные сети в основном применяются для решения трех основных типов задач:

- предсказание на уровне целого графа – для предсказания свойств всего графа (например, предсказать для целой молекулы ее запах; если приводить аналогию с картинками, то это задача классификации картинок);
- предсказание на уровне узлов – для предсказания свойств конкретного элемента в графе (например, если мы анализируем социальную сеть, то можем попытаться предсказать интересы пользователя, в случае с картинками – это задача сегментации);
- предсказание на уровне ребер – для предсказания свойств между двумя элементами графа (например, в анализе сцен мы можем предсказывать связь между объектами или вероятность существования определенной связи, что аналогично задаче понимания сцен).

Проблема хранения графа решается с помощью использования матрицы смежности или матрицы инцидентности, описанных выше. Поскольку матрица смежности в целом имеет разреженную структуру, то есть количество нулевых элементов значительно пре-

вышает количество ненулевых, и это даже в средних графах вызывает проблемы с вычислениями, предпочтительнее использовать матрицу инцидентности.

Для обработки графовой информации нейронными сетями используется механизм *эмбединга*, преобразующий исходные данные в числовые векторы. Обычно в графовых нейронных сетях *эмбединг* применяется к вершинам, ребрам или графу в целом в зависимости от задачи.

Также немаловажную роль играет процедура *пуллинга* в графовых нейронных сетях – процесс уменьшения размерности на основе окна свертки в зависимости от условия, после которого остаются либо наиболее значимые признаки, либо их агрегаты.

Таким образом, процедуры эмбединга и пуллинга активно используются для реализации процедуры свертки на графах, как, например, в нейронных GCN-сетях.

Для реализации свертки часто используется еще один подход, основанный на пространстве признаков, – свертка осуществляется путем агрегации объектов, находящихся только в смежных узлах или вершинах графов.

Нейронные GCN-сети

GCN (*Graph Convolution Network*) – графовая сверточная нейронная сеть, предназначенная для работы с графовым представлением данных, то есть имеющим связи между объектами. Такие нейронные сети хорошо решают задачи, где важно учитывать не только признаки самих объектов, но и связи с соседними объектами.

Наилучшие результаты такие нейронные сети показывают для обработки спутниковых данных, учета пространственных характеристик между объектами, распознавания образов, представленных на изображениях [1–5], данных, представленных в виде сетей [6; 7], обработки текстовой информации, поскольку нейронные сети такого типа позволяют сохранять долгосрочные зависимости и опираться на них между ключевыми словами [8].

Таким образом, GCN является отличным инструментом, подходящим для задач классификации и обработки связанных данных. Из его плюсов можно отметить следующие пункты:

- возможность предсказывать свойства для конкретного элемента в графе;
- способность предсказывать свойство между двумя элементами графа;

Но, как и другие, модель имеет ряд недостатков:

- разреженность матрицы смежности, что может приводить к затратам на память, так как данные не всегда сильно связаны;
- однородное распределение значений скрытых состояний узлов, так как различные узлы могут иметь более или менее одинаковые значения скрытых состояний, что делает их менее различимыми друг от друга, что, в свою очередь, может привести к потере информации о существенных различиях между узлами и снижению способности модели различать между ними.

Нейронные GAT-сети

В отличие от классических GC-сетей, которые вычисляют взвешенную сумму признаков соседних узлов с постоянными весами, сети GAT используют механизм внимания и самовнимания, при котором учитывается влияние не только соседних узлов, но и предыдущего состояния текущего узла, динамического определения весов на основе содержания узлов. Это позволяет модели уделять больше внимания более важным узлам в графе.

Сети GAT позволяют каждому узлу иметь разные веса в зависимости от контекста, что делает модель более гибкой и мощной для обработки различных графов [9; 10].

В качестве положительных качеств такой модели можно отметить:

- высокую точность, что достигается благодаря механизму самовнимания, который автоматически вычисляет весовые коэффициенты;
- самообучаемость – самостоятельное принятие решения, как выполнить заданную задачу, иногда с применением неочевидных для людей методов;
- эффективную фильтрацию шумов – умение сети игнорировать шумы и обрабатывать лишь необходимую информацию;
- адаптацию – готовность модели к возможным переменам во входных данных и продолжению эффективной работы после небольшого периода адаптации;
- отказоустойчивость – даже при повреждении некоторых нейронов остальные продолжают функционировать и выдавать логичные и правильные ответы, хотя точность их работы уменьшается.

Но и эта модель не лишена недостатков. В их числе:

- длительное обучение, что может стать проблемой при работе с крупными наборами графовых данных;
- проблема насыщения сети, то есть чем больше значения сигналов, тем ближе к нулю градиенты активационной функции, что мешает подбору наилучших коэффициентов;
- прозрачность, когда невозможно получить информацию о том, как нейросеть пришла к решению», ее можно назвать «черным ящиком»;
- отсутствие данных, то есть для обучения необходимо большое количество данных, и если это уникальные данные или их сложно собрать, то это может быть серьезным вызовом для разработчиков.

Методика Graph Sage

Очевидно, что при увеличении количества данных стандартная нейронная сеть и любая графовая нейронная сеть не смогут обработать все данные за адекватное количество времени. Для решения проблемы масштабируемости при работе с большими данными используют подход *Graph Sage*, основанный на *батчировании* – разбиении исходного графа на подграфы фиксированной размерности путем разбиения каждой вершины. Поскольку каждый раз генерировать новый подграф невыгодно с точки зрения вычислений, обычно берется множество точек, имеющих один общий подграф [11].

Также существует альтернатива методике *Graph Sage* – *PinSage*. В своей основе здесь используется метод случайного блуждания по графу и выбору точек с дальнейшей их приоритизацией и оценкой относительной значимости.

T-GNN нейронные сети

Одной из новейших разновидностей графовых нейронных сетей являются сети на динамических графах (*Temporal Graph Neural Network*). Идея таких сетей состоит в том, что узлы и ребра меняются со временем, а также к уже измененному графу добавляются новые временные связи и сущности.

Развитие численной оптимизации

Одной из основных частей при обучении нейронных сетей являются методы численной оптимизации, на основе которых и происходит обновление весов на каждой итера-

ции модели, если используется прямой ход (*feed-forward*) архитектуры нейронной сети, или после прохождения каждой эпохи, если используется метод обратного распространения ошибки (*back-propagation*).

Большая часть самых актуальных методов основана на минимизации функции потерь и прохода по вектору антиградиента для поиска локального или глобального минимума.

Также существует отдельная группа методов численной оптимизации, таких как метод имитации отжига, генетический алгоритм, которые по своей природе отличаются от градиентных методов [12].

Все методы численной оптимизации имеют один глобальный недостаток – проблему попадания в седловую точку в гиперпространстве признаков, что неизбежно приведет к недообучению модели.

Но существует ли возможность замены классических методов численной оптимизации на *графовую* нейронную сеть или их развития на основе таких технологий для решения существующих проблем при использовании классических подходов численной оптимизации? На данный момент существует особый класс графовых нейронных сетей, называющийся «физически информированные нейронные сети» (*PINN*). Нейронные сети, созданные на основе такого подхода, сочетают в себе физические законы и способны решать системы дифференциальных и интегральных уравнений, которые имплементируют физику какого-либо процесса. Это достигается за счет применения подхода оптимизации на основе остатков (*Residual-Based optimization*), заключающийся в том, чтобы рассматривать не ошибку предсказания, а ошибку невязки, определенную этим предсказанием [13–16].

Соответственно, из этих рассуждений можно сделать вывод, что возможность расширения численных методов оптимизации нейронными сетями существует.

Существующие проблемы

На основе изученного материала можно выделить следующие существующие проблемы графовых нейронных сетей:

- отсутствие достаточного количества данных для обучения моделей;
- сложность интерпретируемости модели, поскольку невозможно понять, каким образом нейронная сеть пришла к тому или иному решению;
- проблема масштабируемости, характеризующаяся сложностью оптимального разбиения большого количества графовых данных на подграфы и невозможностью обучения на огромном графе за линейное время.

В любом случае, в настоящее время существует несколько перспективных направлений развития графовых нейронных сетей:

- развитие интерпретируемости GNN, создание explainable AI (XAI);
- добавление мультимодальных данных к графу.

Прикладные области

Графовые нейронные сети могут быть применены в самых разных сферах жизни, таких как:

- социальные сети:
 - создание рекомендательных систем;
 - анализ сообщений;
 - детектирование сообществ;

- транспорт и логистика:
 - оптимизация транспортных потоков;
 - прогнозирование ситуаций на дорогах;
- компьютерное зрение:
 - анализ геометрических структур;
 - сегментация изображений;
- научные вычисления:
 - решение комплексных математических моделей с помощью графовых нейронных сетей.

Заключение

Таким образом, в рамках данной статьи проведен анализ, систематизация и уточнение существующей научной литературы в области графовых нейронных сетей и методов численной оптимизации. В современных реалиях графовые нейронные сети являются востребованными для изучения объектами ввиду их способности обрабатывать данные, представленные в виде сложных связанных структур, учитывая динамичность связей в таких данных, что позволяет делать более точные прогнозы относительно будущего поведения рассматриваемых объектов.

Также на основе результатов, полученных с помощью изучения графовых нейронных сетей и конкретно физически информированных нейронных сетей, способных решать сложные системы дифференциальных уравнений, существует возможность реализации численных методов с помощью графовых нейронных сетей и расширения возможностей этой области науки.

Литература

1. Катасев А.С., Катасева Д.В., Смирнов Ю.Н., Насибуллина Д.Д. Нейросетевая модель распознавания лесных пожаров // Вестник Технологического университета. 2024. Т. 27. № 7. С. 115–119. DOI: 10.55421/1998-7072_2024_27_7_115. EDN ММЕНУТ.
2. Ходарев Д.Ф., Боднар А.В. Поиск изображений в графических базах данных по их содержанию // Информатика и кибернетика. 2023. № 4 (34). С. 19–24. EDN NCTJLO.
3. Lawal Z.K., Yassin H., Lai D.T. Ch., Che Idris A. Physics-Informed Neural Network (PINN) Evolution and Beyond: A Systematic Literature Review and Bibliometric Analysis // Big Data and Cognitive Computing. 2022. Vol. 6. No. 4. Article no. 140. DOI : 10.3390/bdcc6040140. EDN NXXNEA.
4. Умановский А.В. Графовые нейронные сети для прокси-моделирования гидродинамики пласта // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2022. Т. 8. № 3 (31). С. 155–177. DOI: 10.21684/2411-7978-2022-8-3-155-177. EDN EAITNJ.
5. Do P.H., Le T.D., Berezkin A., Kirichek R. Graph Neural Networks for Traffic Classification in Satellite Communication Channels: A Comparative Analysis // Proceedings of Telecommunication Universities. 2023. Vol. 9. No. 3. P. 14–27. DOI: 10.31854/1813-324X-2023-9-3-14-27. EDN QJBEKK.
6. Yang Q., Yang Yu., Cui T., He Q. FDM-PINN: Physics-informed neural network based on fictitious domain method // International Journal of Computer Mathematics. 2023. Vol. 100. No. 3. P. 511–524. DOI: 10.1080/00207160.2022.2128674. EDN TZKUVV.
7. Нежурина М.В. Применение графовых нейросетей для решения задачи по нахождению времени пути для города Краснодар // Современные проблемы цивилизации и устойчивого развития в ин-

- формационном обществе : Сборник материалов XII Международной научно-практической конференции, Москва, 31 октября 2022 г. М. : АЛЕФ, 2022. С. 131–137. EDN SRHNQG.
8. Захарова О.И. Графовые нейронные сети в обработке текстовых данных // Актуальные проблемы информатики, радиотехники и связи : Материалы XXXI Российской научно-технической конференции, Самара, 01–02 февраля 2024 г. Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2024. С. 223–225. EDN IAKMIY.
9. Luo S. RTS-GAT: Spatial Graph Attention-Based Spatio-Temporal Flow Prediction for Big Data Retailing // IEEE Access. 2022. Vol. 10. P. 133232–133243. DOI: 10.1109/ACCESS.2022.3230660
10. Do F.H., Le C.D., Berezkin A.A., Kirichek R.V. Graph neural networks for traffic classification in satellite communication channels: A comparative analysis // Proceedings of Communication Educational Institutions. 2023. Vol. 9. No. 3. Pp. 14–27. DOI: 10.31854/1813-324X-2023-9-3-14-27. EDN QJBEKK.
11. Zhang Yu., Lei X., Pan Yi., Wu F.X. Drug Repositioning with GraphSAGE and Clustering Constraints Based on Drug and Disease Networks // Frontiers in Pharmacology. 2022. Vol. 13. DOI: 10.3389/fphar.2022.872785. EDN BROLRM.
12. Лезин И.А., Канабеев С.П. Оптимизация обучения нейронных сетей методом комбинации алгоритмов обучения // Перспективные информационные технологии (ПИТ 2017) : Труды Международной научно-технической конференции, Самара, 14–16 марта 2017 г. Самара : Самарский научный центр РАН, 2017. С. 358–360. EDN YOWOTV.
13. Tang H., Liao Ya., Yang Hu., Xie L. A transfer learning-physics informed neural network (TL-PINN) for vortex-induced vibration // Ocean Engineering. 2022. Vol. 266. Part 4. Article no. 113101. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2022.113101. EDN RBOIQJ.
14. Yang Q., Yang Yu., Cui T., He Q. FDM-PINN: Physics-informed neural network based on fictitious domain method // International Journal of Computer Mathematics. 2023. Vol. 100. No. 3. P. 511–524. DOI: 10.1080/00207160.2022.2128674. EDN TZKUVV.
15. Wandel N., Weinmann M., Neidlin M., Klein R. Spline-PINN: Approaching PDEs without Data Using Fast, Physics-Informed Hermite-Spline CNNs // Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. 2022. Vol. 36. No. 8. P. 8529–8538. DOI: 10.1609/aaai.v36i8.20830. EDN BAVGGC.
16. Heldmann F., Treibert S., Ehrhardt M., Klamroth K. PINN Training Using Biobjective Optimization: The Trade-Off between Data Loss and Residual Loss // Social Science Research Network. 2022. DOI: 10.2139/ssrn.4134903. EDN AFGKRM.

References

1. Katasev A.S., Kataseva D.V., Smirnov Y.N., Nasibullina D.D. (2024). Neural network model for forest fire recognition. *Herald of Technological University*. Vol. 27. No. 7. Pp. 115–119. DOI: 10.55421/1998-7072_2024_27_7_115 (In Russian).
2. Khodarev D.F., Bodnar A.V. (2023). Content-based image retrieval in graphical databases. *Informatics and Cybernetics*. Vol. 4. No. 34. Pp. 19–24. (In Russian).
3. Lawal Z.K., Yassin H., Lai D.T.Ch., Che Idris A. (2022) Physics-Informed Neural Network (PINN) Evolution and Beyond: A Systematic Literature Review and Bibliometric Analysis. *Big Data and Cognitive Computing*. Vol. 6. No. 4. Article no. 140. DOI: 10.3390/bdcc6040140
4. Umanovskiy A.V. (2022). Proxy modeling of reservoir hydrodynamics with graph neural networks. *Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy*. Vol. 8. No. 3(31). Pp. 155–177. DOI: <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2022-8-3-155-177> (In Russian).

5. Do P.H., Le T.D., Berezkin A., Kirichek R. (2023). Graph neural networks for traffic classification in satellite communication channels: A comparative analysis. In: *Proceedings of Telecommunication Universities*. Vol. 9. No. 3. Pp. 14–27. DOI: <https://doi.org/10.31854/1813-324X-2023-9-3-14-27>
6. Yang Q., Yang Yu., Cui T., He Q. (2023) FDM-PINN: Physics-informed neural network based on fictitious domain method. *International Journal of Computer Mathematics*. Vol. 100. No. 3. P. 511–524. DOI : 10.1080/00207160.2022.2128674
7. Nezhurina M.V. (2022). Application of graph neural networks for finding travel times in the city of Krasnodar. In: Babaeva Z.Sh. (Ed) *Sovremennyye problemy tsivilizatsii i ustoichivogo razvitiya v informatsionnom obshchestve* [Modern Problems of Civilization and Sustainable Development in the Information Society] : Proceedings of the XII International Scientific-Practical Conference. Moscow, October 31, 2022. Moscow : Alef Publ. Pp. 131–137. (In Russian).
8. Zakharova O.I. (2024). Graph neural networks in text data processing. In: *Aktual'nye problemy informatiki, radiotekhniki i svyazi* [Actual Problems of Informatics, Radiotechnics and Communications] : Proceedings of the XXXI Russian Scientific-Technical Conference. Samara : Volga State University of Telecommunications and Informatics. Pp. 223–225. (In Russian).
9. Luo S. (2022). RTS-GAT: Spatial graph attention-based spatio-temporal flow prediction for big data retailing. In: *IEEE Access*. Vol. 10. Pp. 133232–133243. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3230660>
10. Do F.H., Le C.D., Berezkin A.A., Kirichek R.V. (2023). Graph neural networks for traffic classification in satellite communication channels: A comparative analysis. *Proceedings of Communication Educational Institutions*. Vol. 9. No. 3. Pp. 14–27. DOI: 10.31854/1813-324X-2023-9-3-14-27
11. Zhang Y., Lei X., Pan Y., Wu F.X. (2022). Drug repositioning with GraphSAGE and clustering constraints based on drug and disease networks. *Frontiers in Pharmacology*. Vol. 13. DOI: <https://doi.org/10.3389/fphar.2022.872785>
12. Lezin I.A., Kanabeev S.P. (2017). Optimization of neural network training using a combination of learning algorithms. In: *Perspektivnye informatsionnye tekhnologii (PIT 2017)* [Perspective Information Technologies (PIT 2017)] : Proceedings of the International Scientific-Technical Conference. Samara : Samara Scientific Center of RAS Publ. Pp. 358–360. (In Russian).
13. Tang H., Liao Ya., Yang Hu., Xie L. (2022) A transfer learning-physics informed neural network (TL-PINN) for vortex-induced vibration. *Ocean Engineering*. Vol. 266. Part 4. Article no. 113101. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2022.113101
14. Yang Q., Yang Y., Cui T., He Q. (2023). FDM-PINN: Physics-informed neural network based on fictitious domain method. *International Journal of Computer Mathematics*. Vol. 100. No. 3. Pp. 511–524. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207160.2022.2128674>
15. Wandel N., Weinmann M., Neidlin M., Klein R. (2022). Spline-PINN: Approaching PDEs without data using fast, physics-informed Hermite-spline CNNs. In: *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*. Vol. 36. No. 8. Pp. 8529–8538. DOI: <https://doi.org/10.1609/aaai.v36i8.20830>
16. Heldmann F., Treibert S., Ehrhardt M., Klamroth K. (2022). PINN training using biobjective optimization: The trade-off between data loss and residual loss. *Social Science Research Network*. DOI: <https://doi.org/10.2139/ssrn.4134903>

Поступила в редакцию: 18.03.2025

Received: 18.03.2025

Поступила после рецензирования: 21.04.2025

Revised: 21.04.2025

Принята к публикации: 06.05.2025

Accepted: 06.05.2025